

**Série N°:16**

(Trigonométrie)

**EXERCICE N°1 :****I)** Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{14}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{14}\right)$$

$$B = \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{8}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{8}\right)$$

**II)** Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$$E = \cos\left(\frac{\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{12\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{14\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{16\pi}{17}\right)$$

$$F = \cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{6\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{5}\right)$$

**III)** On sait que  $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{4}$ , calculer  $\sin x$ ,  $\tan x$  et  $\cot x$ .**EXERCICE N°2 :**Soit  $x$  un réel tel que :  $\sin x = \frac{4}{5}$  et  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 1/ Calculer :  $\cos x$ ,  $\sin(\pi - x)$ ,  $\cos(\pi - x)$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  et  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .2/ En déduire la valeur de l'expression :  $A = \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ **EXERCICE N°3 :****I)** Soit  $A = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$ 1/ Déterminer les réels  $x$  de  $[0, \pi]$  pour lesquels  $A$  existe.2/ Simplifier l'expression de  $A$  puis Trouver les réels  $x$  de  $]0, \pi[$  tels que :  $A = \frac{8}{3}$ **II)** Soit  $x \in [0, \pi]$ 1/ Montrer que :  $(\cos x + \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 1) = 2\sin x \cdot \cos x$ .2/ Résoudre alors :  $(\cos x + \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 1) = 0$ **III)** Montrer les égalités suivantes :

1/  $4\sin^2 x + 3\cos^2 x = (2 - \cos x)(2 + \cos x)$

2/  $\cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x = 1$

3/  $\frac{\cos^8 x - \sin^8 x}{\cos^4 x + \sin^4 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

**IV)** Simplifier :  $\cos^4(3 - 2\cos^2 x) + \sin^4(3 - 2\sin^2 x)$ **EXERCICE N°4 :****I)** Résoudre dans  $[0, \pi]$ 

1/  $(2\cos x - 1)(2\sin x - 5) = 0$

2/  $(1 + \cos x)(4\sin^2 x - 1) = 0$

3/  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

4/  $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} = 0$

**II)** Sachant que  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$  calculer  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ;  $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$  et  $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

### **EXERCICE N°5 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, \pi]$ , par  $f(x) = -2\cos^2x + \sin x - 1$

1/ Calculer  $f(\pi)$ ,  $f(\frac{\pi}{3})$  et  $f(\frac{\pi}{4})$

2/ a- Montrer que pour tout  $x \in [0, \pi]$ ,  $f(\pi - x) = f(x)$ .

b- Calculer  $f(\frac{3\pi}{4})$  et  $f(\frac{5\pi}{6})$

3/ Montrer que pour tout  $x \in [0, \pi]$ ;  $f(x) = 2\sin^2x + \sin x - 3$ .

4/ a- Résoudre dans  $[0, \pi]$ ; l'équation  $f(x) = 0$ .

b- Factoriser l'expression de  $f(x)$ .

c- En déduire que pour tout  $x \in [0, \pi]$ ;  $f(x) \leq 0$ .

### **EXERCICE N°6 :**

I) Soit ABC un triangle tel que :  $AB = 7$ ,  $AC = 9$  et  $\hat{A} = 60^\circ$ , calculer l'aire de ce triangle.

II) Soit ABC un triangle tel que :  $AB = 8$ ,  $AC = 7$  et  $\hat{A} = 120^\circ$ .

a- Calculer BC.

b- calculer l'aire de ce triangle.

III) Dans un triangle rectangle en A, on a :  $AB = 3$  et  $AC = 4$ .

Calculer BC, AH, BH et CH où h est le pied de la hauteur issue de A.

### **EXERCICE N°7 :**

Soit ABC un triangle tel que :  $AB = 5$ ,  $AC = 8$  et  $BC = 7$ .

1/ A l'aide du théorème d'ELKASHI, montrer que ,  $\cos \hat{A} = \frac{1}{2}$  puis déduire  $\hat{A}$ .

2/ Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). Calculer CH puis BH.

3/ Calculer l'aire S du triangle ABC.

4/ Déterminer le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC.

### **EXERCICE N°8 :**

Soit ABC un triangle tel que :  $\hat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ ,  $AC = 3\sqrt{2}$  et  $BC = 6$

1/ a- Calculer :  $\sin \hat{ABC}$

b- Montrer que :  $\hat{ABC} = \frac{\pi}{6}$ , et calculer  $\hat{ACB}$  en radians.

2/ Soit [CH] la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

a- Calculer BH, AH et AB.

b- En déduire la valeur de  $\cos(\frac{7\pi}{12})$